Lycée Pilote de Sfax A/S 2019-2020	Résumé du cours Exemples d'étude de fonctions	Mr : Mourad EL arbi $3^{ème}$ Math

I/ Branches infinies

Définition

Soit f une fonction et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

On dit que C_f admet une branche infinie dès que l'une des coordonnées d'un point de C_f tend vers l'infini.

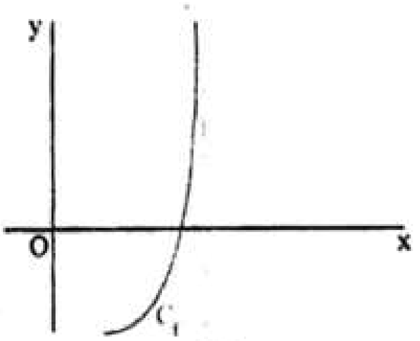
C'est-à-dire $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$ ou $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = L$ ou $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$.

Nature d'une branche infinie

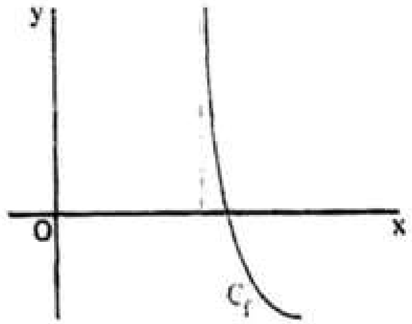
Soit f une fonction et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

* Si $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = -\infty$ ou $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

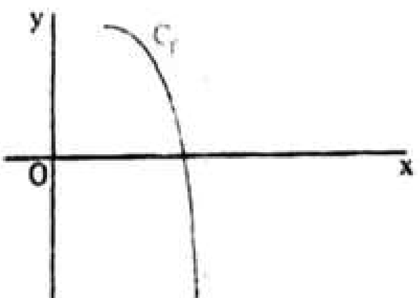
alors la droite $D : x = a$ est une asymptote verticale à C_f.



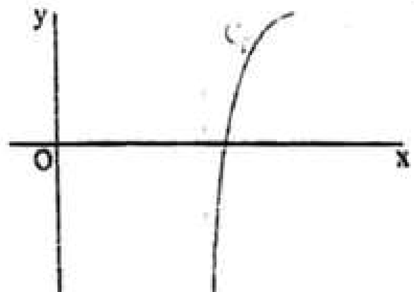
$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = +\infty$



$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = +\infty$

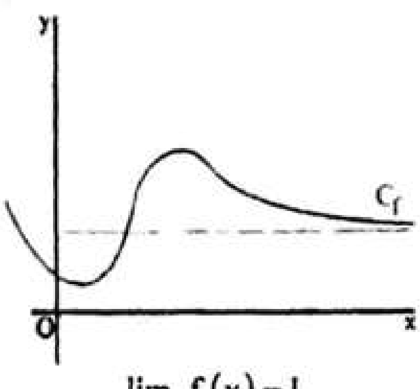


$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

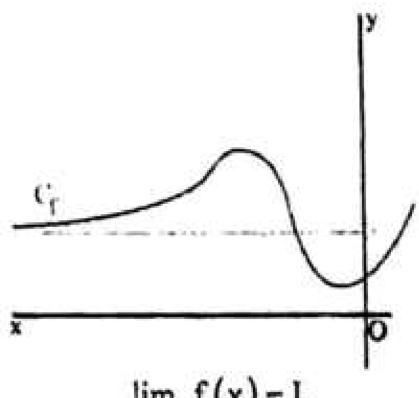


$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = -\infty$

* Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = L$ ou $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = L$ alors la droite $D : y = L$ est asymptote horizontale à C_f.



$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = L$



$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = L$

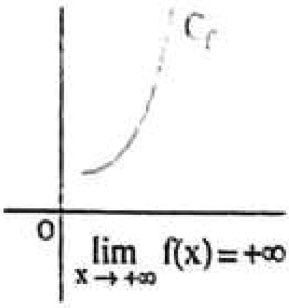
Lycée Pilote de Sfax	Résumé du cours	Mr : Mourad EL arbi
A/S 2019-2020	Exemples d'étude de fonctions	$3^{ème}$ Math

* Si

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ est infinie}$$

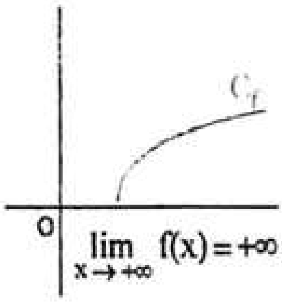
C_f admet une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$ au voisinage de $+\infty$



$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

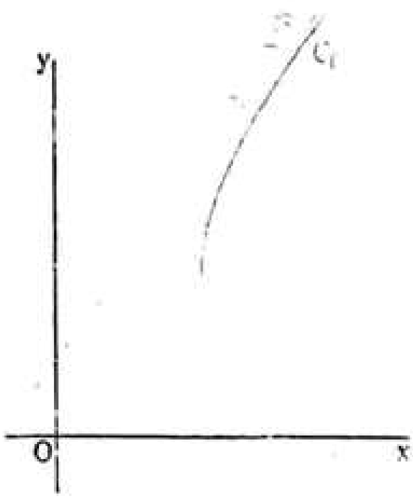
C_f admet une branche parabolique de direction $(O, \vec{i})$ au voisinage de $+\infty$



$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) - (ax+b) = 0$$

La droite d'équation $y = ax+b$ est une asymptote à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$



Remarques :

* Les cas $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ ou $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ ou $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ se déterminent de façons analogues.

II/ Eléments de symétrie

Soit f une fonction définie sur D.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

* La droite $\Delta : x = a \ (a \in \mathbb{R})$ est un axe de symétrie pour C_f si pour tout x de D, $\begin{cases} (2a - x) \in D, \\ f(2a - x) = f(x). \end{cases}$

En particulier la droite des ordonnées est un axe de symétrie pour C_f si pour tout x de D, $\begin{cases} -x \in D, \\ f(-x) = f(x). \end{cases}$

C'est-à-dire f est une fonction paire.

* Le point $I(a, b)$ est un centre de symétrie de C_f, si pour tout x appartenant à D, $\begin{cases} (2a - x) \in D, \\ f(2a - x) = 2b - f(x). \end{cases}$

En particulier le point O est un centre de symétrie pour C_f si pour tout x de D, $\begin{cases} -x \in D, \\ f(-x) = -f(x). \end{cases}$

C'est-à-dire f est une fonction impaire.